

### السلسلة رقم 1 (تابع)

**تمرين 24 :** أردنا تشكيل لجنة تتكون من اقتصاديين و3 إحصائيين من مجموعة تضم 5 اقتصاديين و 7 إحصائيين . بكم طريقة يمكن تحقيق ذلك علما أن:

أ- أي اقتصادي أو إحصائي يمكن أن يختار ؟

ب- إحصائي يجب أن ينتمي إلى اللجنة ؟

ج- اقتصاديين لايمكنهما أن يكونا في اللجنة ؟

### الحل:

أ- توافيق دون إعادة: 350

ب- توافيق دون إعادة: 150

ج- توافيق دون إعادة: 105

**تمرين 25:** من بين الأرقام التالية : 1، 2، 3، 4، 5. كم توجد من طريقة لتكوين كلمة سر تحتوي على ثلاث أرقام:

أ- في حالة عدم إعادة الرقم المسحوب؟

ب- في حالة إعادة الرقم المسحوب؟

### الحل:

أ- ترتيبية دون إعادة: 60

ب- ترتيبية مع الإعادة: 125

**تمرين 26 :** يتكون مجلس إدارة من 12 عضوا ، من بينهم 9 رجال و3 نساء. نريد تشكيل لجنة من 3 أشخاص.

أ- ما احتمال أن تحتوي اللجنة على امرأة واحدة فقط؟

ب- إذا فرضنا أن الأشخاص الثلاثة المنتخبون يتم تعيينهم حسب ترتيب القرعة: رئيسا، نائبا، أمينا للمال: ما احتمال أن تحتوي اللجنة على رجلين على الأقل؟

الحل:

أ- عدد الحالات الملائمة (توافيق)/عدد الحالات الممكنة (توافيق): 0.49

ب- عدد الحالات الملائمة (تراتيبي)/عدد الحالات الممكنة (تراتيبي): 0.545

تمرين 27: يحتوي صندوق على 25 كرية مرقمة من 1 إلى 25. نسحب ثلاث كريات دفعة واحدة .

أ- ماهو عدد عناصر مجموعة الأساس (عدد الحالات الممكنة)؟

ب- ماهو احتمال أن تكون أرقام الكريات الثلاثة أعدادا زوجية؟

ج- ماهو احتمال أن تكون أرقام الكريات الثلاثة من مضاعفات الرقم 5؟

الحل:

أ- عدد الحالات الممكنة (توفيقية) : 2300

ب- الأعداد الزوجية من 1 إلى 25 ، عددها 12 : 0.09

ج- مضاعفات 5 من 1 إلى 25، عددها 5 : 0.004

## السلسلة رقم 2

**تمرين 1:** صنع نرد خاص، بحيث أن وجهان يحملان رقم "2"، و3 وحده تحمل رقم "4"، والوجه الأخير يحمل رقم "5".

أ- أوجد القانون الاحتمالي لهذه التجربة، وتابع التوزيع.

ب- احسب التوقع الرياضي والانحراف المعياري.

تمرين 2: ليكن  $X$  متغيرا عشوائيا متصلا معرفا بالدالة الاحتمالية التالية:  $f(x) = kx$

في المجال:  $[1 - 3]$

أ- أوجد كلا من: قيمة  $k$  حتى تكون  $f(x)$  دالة كثافة احتمالية- تابع التوزيع.

ب- احسب التوقع الرياضي والتباين.

**تمرين 3:** احتمال أن يكسب الفريق A في أي مباراة يلعبها هو  $\frac{2}{3}$ . إذا لعب الفريق A 4 مباريات،

فأوجد احتمال أن يكسب A :

أ- مباراتين بالضبط.

ب- على الأقل مباراة واحدة.

ج- أكثر من نصف المباريات.

**تمرين 4:** إذا تنافست مع خصم له نفس قوتك (بافتراض أنه ليس هناك تعادل في هذه المنافسة) ،

فما هو أكبر احتمال للفوز على هذا الخصم:

أ- في 3 مباريات ضمن 4، أو في 5 ضمن 8 مباريات ؟

ب- على الأقل في 3 مباريات ضمن 4 ، أو في 5 ضمن 8 ؟

ج- احسب القيمة المتوقعة والانحراف المعياري.

**تمرين 5:** طبقا لإحصاءات المكتب القومي للإحصاءات الحيوية، فإن متوسط حوادث الغرق العارضة في

السنة هو 3 لكل 100000 من السكان. في مدينة تعدادها 200000، أوجد احتمال أن يكون بها:

أ- 2 حالة غرق عارضة.

ب- بين 4 و 8 حالة غرق عارضة.

ج- أقل من 3 حالة غرق عارضة.

**تمرين 6:** يستعمل في المتوسط 6 أشخاص شبাকা بنكيا أوتوماتيكيا في كل ساعة، في يوم الأحد صباحا، ماهو احتمال:

أ- أن يأتي 6 أشخاص خلال ساعة مختارة عشوائيا؟

ب- أن يوجد أقل من 5 زبائن خلال نفس الساعة؟

ج- أن لا يأتي أحد خلال 10 دقائق؟

د- أن لا يأتي أحد خلال 5 دقائق؟

**تمرين 7:** في امتحان نهائي في مقياس الإحصاء، كان متوسط الدرجات 70 درجة، والانحراف المعياري 10 درجات. وإذا كانت الدرجات تشكل توزيعا طبيعيا ، أوجد :

أ- الدرجات المعيارية للطلبة الحاصلين على 65 درجة ، ثم على 90 درجة.

ب- التكرارات النسبية للطلبة الحاصلين على درجات تتراوح بين 65 و 80 درجة.

ج- عدد الطلبة الحاصلين على درجة تتراوح بين 65 و 80 إذا كان عدد الطلبة الكلي 120 طالبا.

**تمرين 8:** على فرض أن مشتريات زبائن محل تجاري تتبع التوزيع الطبيعي للوسطين :  $\bar{X} = 300$  و  $\delta = 100$ . المطلوب حساب احتمال:

أ- الحدث  $E_1$  "قيمة المشتريات أكبر من 530 د.ج".

ب- الحدث  $E_2$  "مشتريات بمبلغ محصور بين 250 و 400 د.ج".

ج- تحديد المجال الذي يغطي 90 % من المشتريات.

**تمرين 9:** إذا كانت 3 % من المصايح الكهربائية المنتجة في شركة ما هي مصايح تالفة. أوجد احتمال أن يظهر في عينة من 100 مصباح:

أ- ولا مصباح تالف.

ب- مصباح واحد تالف.

ج- أكثر من 5 مصابيح تالفة.

د- بين 1 و3 مصباح تالف .

**تمرين 10:** تمر في المتوسط 10 سيارات في الدقيقة من أمام كشك تحصيل رسوم المرور خلال ساعة ما. أوجد احتمال أن:

أ- أقل من 6 سيارات سوف تمر أمام الكشك خلال دقيقة مختارة عشوائيا.

ب- 6 سيارات أو أقل سوف تمر أمام الكشك خلال دقيقة مختارة عشوائيا.

**تمرين 11:** في امتحان اختيار الصواب، يوجد 300 سؤال لكل منه 4 أجوبة، فيها واحد فقط هو الجواب الصحيح. ماهو احتمال أن يحصل الطالب على:

أ- أكثر من 78 إجابة صحيحة ؟

ب- ما بين 72 و95 إجابة صحيحة ؟

حلول ثمارته السلسلة رقم 2

تمرين رقم 1

↑

\* القانون الاحتمالي لهذه التجربة :

X	2	4	5	المجموع
$P(X = x_i)$	$2/6$	$3/6$	$1/6$	1
$F(X)$	$2/6$	$5/6$	$6/6 = 1$	$21/6$
$P_i x_i$	$4/6$	$12/6$	$5/6$	
$P_i x_i^2$	$8/6$	$48/6$	$25/6$	$81/6$

$$F(x) = P(X \leq x_i) \quad *$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ 2/6 & 2 < x < 4 \\ 5/6 & 4 < x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

$$E(X) = \sum P_i x_i = 4/6 + 12/6 + 5/6 = 21/6 = 3,5 \quad \text{بـ} \quad *$$

$$V(X) = \sum P_i x_i^2 - [E(X)]^2$$

$$= 81/6 - (3,5)^2 = 13,5 - 12,25 = 1,25 \Rightarrow$$

$$\delta(X) = \sqrt{1,25} = 1,12$$

تمرين رقم 2

↑

$$\int_1^3 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_1^3 kx dx = 1 \Rightarrow$$

$$k \int_1^3 x dx = 1$$

$$\int_1^3 n \, dn = \left[ \frac{n^2}{2} \right]_1^3 \Rightarrow k \int_1^3 n \, dn = k \left[ \frac{n^2}{2} \right]_1^3$$

$$= k \left[ \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right] = k(4) = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

إذا تابع ليعة الساع  $f(x)$  كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{دون ذلك} \end{cases}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) \, dx = \int_0^x f(x) \, dx$$

$$= \frac{1}{4} \int_0^x n \, dn = \frac{1}{4} \left[ \frac{n^2}{2} \right]_0^x = \frac{1}{4} \left[ \frac{x^2}{2} - 0 \right] = \frac{x^2}{8}$$

وبالتالي يمكن كتابة الساع التوزيع على الشكل التالي:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{x^2}{8} & 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$$

$$E(x) = \int_1^3 n f(x) \, dx$$

$$= \int_1^3 n \left( \frac{n}{4} \right) \, dn = \frac{1}{4} \int_1^3 n^2 \, dn = \frac{1}{4} \left[ \frac{n^3}{3} \right]_1^3$$

$$= F(3) - F(1) = \frac{1}{4} \left[ \frac{27}{3} - \frac{1}{3} \right] = \frac{1}{4} \left[ \frac{26}{3} \right]$$

$$= \frac{26}{12} = \frac{13}{6} = 2,16$$

$$V(x) = \int_{\text{obx}} n^2 f(x) \, dx - (E(x))^2$$

$$\begin{aligned}
 V(x) &= \int_1^3 x^2 \left(\frac{x}{4}\right) dx - (2,16)^2 \\
 &= \frac{1}{4} \int_1^3 x^3 dx - (2,16)^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{x^4}{4}\right]_1^3 - (2,16)^2 \\
 &= \frac{1}{4} \left[\frac{81}{4} - \frac{1}{4}\right] - (2,16)^2 = \frac{80}{16} - (2,16)^2 = 5 - 4,66 = 0,34 \\
 &\quad \text{تفریق رقم 3:}
 \end{aligned}$$

$$n = 4, \quad p = 2/3, \quad q = 1 - p = 1/3$$

$$P(X=2) = C_4^2 (2/3)^2 (1/3) = \frac{4!}{2!2!} \times 0,44 \times 0,11 = 0,29 \quad \text{1-}$$

ب- یکسب "A" مبارات و اهره علی الاقل بازا کسب 1 و 2 و 3 و 4 مبارات:

$$P(X=1) = 8/81, \quad P(X=2) = 24/81, \quad P(X=3) = 32/81,$$

$$P(X=4) = 16/81$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 80/81$$

د- یکسب "A" کمتر من سفت المبارات بازا کسب 3 و 4 مبارات بازا  
 احتمال اهلوی هو:

$$P(3) + P(4) = 32/81 + 16/81 = 48/81 = 16/27$$

تفریق رقم 4:

$$P(A_1) = C_4^3 (1/2)^3 (1/2) = 0,25 \quad \text{1-}$$

$$P(A_2) = C_8^5 (1/2)^5 (1/2)^3 = 0,2188$$

و علیه حیات احتمال الفوز 3 مبارات صفت 4 هو أكبر  
 من احتمال الفوز 5 مبارات صفت 8.

$$P(B_1) = P(X \geq 3) = P(3) + P(4) = 0,25 + 0,0625 \quad \text{2-}$$

$$P(B_1) = 0,3125$$

$$P(B_2) = P(X \geq 5) = P(5) + P(6) + P(7) + P(8)$$



$$P(B_2) = 0,2188 + 0,1094 + 0,03125 + 0,0039 = 0,3633$$

وعليه فإن احتمال العثور على الأقل في 3 صاريات ضمن 8 هجرات هو 0,3633  
 من احتمال العثور على الأقل في 3 صاريات ضمن 4 هجرات.

$$E(X) = np \quad - 4$$

$$E(X_1) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$E(X_2) = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\delta = \sqrt{npq}$$

$$\delta_1 = \sqrt{4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\delta_2 = \sqrt{8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{2} = 1,4142$$

تمرين رقم 5:  
- 1

$$\lambda = 6, P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$$P(2) = \frac{6^2}{2!} e^{-6} = 0,0446$$

$$P(K) = P(4) + P(5) + P(6) + P(7) + P(8) \quad - 0$$

$$P(K) = 0,1339 + 0,1606 + 0,1606 + 0,1377 + 0,1033$$

$$P(K) = 0,6961$$

$$P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) \quad - 4$$

$$P(X < 3) = 0,0025 + 0,0149 + 0,0446 = 0,062$$

تمرين رقم 6:

$$\lambda = 6$$

$$P(X = 6) = 0,1606 \quad - 1$$

$$P(X < 5) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) \quad - 0$$

$$P(X < 5) = 0,0025 + 0,0149 + 0,0446 + 0,0892 + 0,1339$$

$$P(X < 5) = 0,2851$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 6 \rightarrow 60' \\ \lambda = n_1 \rightarrow 10' \end{array} \right\} \lambda = n_1 = 1$$

$$P(X_1 = 0) = 0,3679$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 6 \rightarrow 60' \\ \lambda = n_2 \rightarrow 5' \end{array} \right\} \lambda = n_2 = 0,15$$

$$P(X_2 = 0) = 0,6065$$

$$Z_1 = \frac{n_1 - \bar{n}}{\delta} = \frac{65 - 70}{10} = \frac{-5}{10} = -0,5$$

$$Z_2 = \frac{n_2 - \bar{n}}{\delta} = \frac{90 - 70}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

$$P(65 < n < 80) = F(80) - F(65) = \Phi(Z_3) - \Phi(Z_1)$$

$$Z_3 = \frac{80 - 70}{10} = 1$$

$$P(65 < n < 80) = 0,8413 - (1 - 0,6915) = 0,5328$$

1- عدد الطلبة الكافية على درجة تتراوح بين 65 و 80:

$$0,5328 \times 120 = 64$$

$$P(E_1) = P(X > 30) = P(Z > Z_1) = 1 - P(Z < Z_1)$$

$$Z_1 = \frac{30 - 300}{100} = -2,7$$

$$P(E_1) = 1 - 0,9933 = 0,0067$$

$$P(E_2) = P(250 < n < 400) = P(Z_2 < Z < Z_3)$$

$$Z_2 = \frac{250 - 300}{100} = -0,5 \Rightarrow \Phi(-0,5) = 1 - \Phi(0,5)$$

$$\Phi(-0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085$$

$$z_3 = \frac{400 - 300}{100} = 1 \Rightarrow \varphi(1) = 0,8413$$

$$P(E_2) = \varphi(z_3) - \varphi(z_2) = 0,8413 - 0,3085 = 0,5328$$

$$P(n_1 < X < n_2) = 0,90 \Rightarrow P(-z_0 < Z < z_0) = 0,90 \Rightarrow -P.$$

$$\varphi(z_0) - \varphi(-z_0) = 0,90 \Rightarrow \varphi(z_0) - 1 + \varphi(z_0) = 0,90 \Rightarrow$$

$$2\varphi(z_0) = 1,90 \Rightarrow \varphi(z_0) = \frac{1,90}{2} = 0,95 \Rightarrow z_0 = 1,64$$

$$1,64 = \frac{n_2 - 300}{100} \Rightarrow n_2 = 464$$

$$-1,64 = \frac{n_1 - 300}{100} \Rightarrow n_1 = 136$$

تمرین رقم 9:

$$n = 100 > 30$$

$n \cdot p < 5 \Rightarrow 0,03(100) = 3 < 5$  } استخدام توزیع پواسون کتبیبه للتوزیع الشائی

$$\lambda = n \cdot p = 3$$

$$P(X=0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = 0,0498 \quad -\text{أ}$$

$$P(X=1) = \frac{\lambda^1}{1!} e^{-\lambda} = 0,1494 \quad -\text{ب}$$

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - [P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5)] - \text{ج}$$

$$P(X > 5) = 1 - (0,0498 + 0,1494 + 0,2240 + 0,2240 + 0,1680 + 0,1008)$$

$$= 1 - 0,916 = 0,084$$

$$P(K) = P(1) + P(2) + P(3) = 0,5974 \quad -\text{د}$$

تمرین رقم 10: استخدام التوزیع البینی کتبیبه للتوزیع پواسون  $\lambda = 10$

أ- معاملة عدد السيارات کتبیبه متیل (= المثلوب هو البی)

$$\delta = \sqrt{\lambda} = \sqrt{10} = 3,16 \quad E(X) = \lambda = 10 / P(X < 5,5)$$

$$z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s} = \frac{5,5 - 10}{3,16} = -1,42$$

$$P(X < 5,5) = \Phi(-1,42) = 1 - \Phi(1,42) = 1 - 0,9222 = 0,0778$$

ب - معاملة عدد السيارات كمتغير متصل  $\Rightarrow$  المطلوب هو إيجاد  $P(X < 6,5)$

$$z_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{s} = \frac{6,5 - 10}{3,16} = \frac{-3,5}{3,16} = -1,10$$

$$P(X < 6,5) = \Phi(-1,10) = 1 - 0,8643 = 0,1357$$

تحدث رقم 11!

$$n = 300 > 30$$

$$np = 300 \times 1/4 = 75 > 5$$

$$nq = 300 (1 - 1/4) = 300 \times 3/4 = 225 > 5$$

الاستاتيكي  
المتغير كمتغير للتوزيع  
المتعدد التوزيع  $\Rightarrow$

$$E(X) = np = 75, \quad s = \sqrt{npq} = \sqrt{56,25} = 7,5$$

أ - معاملة عدد الاجابات الصحيحة كمتغير متصل  $\Rightarrow$  المطلوب هو إيجاد  $P(X > 78,5)$

$$P(X > 78,5) = 1 - \Phi(z_1)$$

$$z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s} = \frac{78,5 - 75}{7,5} = \frac{3,5}{7,5} = 0,47$$

$$P(X > 78,5) = 1 - \Phi(0,47) = 1 - 0,6808 = 0,3192$$

ب - معاملة عدد الاجابات الصحيحة كمتغير متصل  $\Rightarrow$  المطلوب هو إيجاد  $P(71,5 < X < 92,5)$

$$z_2 = \frac{71,5 - 75}{7,5} = \frac{-3,5}{7,5} = -0,47$$

$$z_3 = \frac{92,5 - 75}{7,5} = \frac{17,5}{7,5} = 2,33$$

$$P(71,5 < X < 92,5) = \Phi(2,33) - \Phi(-0,47)$$

$$= \Phi(2,33) - 1 + \Phi(0,47)$$

$$= 0,9968 - 1 + 0,6808 = 0,6776$$













