

**التمرين رقم 8:** تنتج مؤسسة معينة ثلاث منتوجات أ<sub>1</sub> ، أ<sub>2</sub> ، أ<sub>3</sub> ، استعمالا للأجزاء A و B بحيث أن وحدة من أ<sub>1</sub> تتطلب 2 وحدة من A ووحدة من B، ووحدة من أ<sub>2</sub> تتطلب 3 وحدات من A، ووحدة من B، كما أن وحدة من أ<sub>3</sub> تتطلب 3 وحدات 3 وحدات من B فقط. يستهلك إنتاج A و B المواد الأولية M<sub>1</sub> ، M<sub>2</sub> بالنسب التالية: وحدة من A تتطلب 1 كلغ من M<sub>1</sub> ، و 3 كلغ من M<sub>2</sub> ، ووحدة من B تتطلب 3 كلغ من M<sub>1</sub> ، و 1 كلغ من M<sub>2</sub>. للمؤسسة مخزون بكمية 4000 كلغ من M<sub>1</sub>، و 6000 كلغ من M<sub>2</sub>. تتم عملية الإنتاج في ورشتين بحيث: يشتغل في الورشة الأولى 10 عمال لمدة 8 ساعات في اليوم ، و 30 يوم في الشهر ، ويشتغل في الورشة الثانية 20 عاملا لمدة 8 ساعات في اليوم ، و 30 يوما في الشهر. يحتاج المنتج أ<sub>1</sub> 20% من وحدة النشاط ( عدد العمال ) ، في الورشة الأولى ، و 20% ، ويحتاج المنتج أ<sub>2</sub> إلى 50% من وحدة النشاط في الورشة الأولى، و 10% من وحدة النشاط في الورشة الثانية. كما يحتاج المنتج أ<sub>3</sub> إلى 10% من وحدة النشاط في الورشة 1 و 15% من وحدة النشاط في الورشة 2.

متطلبات السوق بالنسبة للمنتوجات الثلاثة هي كالتالي : 200 وحدة للمنتوج الأول شهريا، و 100 وحدة للمنتوج الثاني شهريا، و 500 وحدة للمنتوج الثالث شهريا.

مبيعات المؤسسة كالتالي: 500 دينار بالنسبة للمنتوج الأول، 700 دينار للمنتوج الثاني ، 800 دينار للمنتوج الثالث. كما قدرت التكاليف الإجمالية بـ 200 دينار للمنتوج 1 ، 200 دينار للمنتوج الثاني ، 300 دينار للمنتوج 3.

**المطلوب:** كتابة البرنامج الخطي المناسب.

**التمرين رقم 9:** تعاقدت إحدى المزارع مع مؤسسة إنتاجية متخصصة في صناعة المواد الغذائية للحيوانات، وينص العقد على أن كل وجبة غذائية يجب أن تحتوي على 70 وحدة من البروتين ، و 100 وحدة من الكاربوهيدرات، و 20 وحدة من الدهون. ولهذه المؤسسة ثلاثة أنواع من الغذاء تحتوي على المطلوب بمقادير مختلفة، كما هو موضح في الجدول التالي:

التكلفة	بروتين(وحدة/كلغ)	كاربوهيدرات(وحدة/كلغ)	دهون(وحدة/كلغ)	الغذاء
2	20	50	4	A
3	30	30	9	B
5	40	20	11	C

المطلوب: تحديد التركيبة التي تحقق أقل تكلفة لاقتناء الوجبات الغذائية.

التمرين رقم 10: أوجد حلا للبرنامج التالي باستخدام الطريقة البيانية:

$$\text{Max}Z = 100X_1 + 60X_2$$

تحت القيود التالية:

$$8X_1 + 2X_2 \leq 40$$

$$6X_1 + 9X_2 \leq 108$$

$$8X_1 + 6X_2 \leq 96$$

$$X_1 \geq 0 , \quad X_2 \geq 0$$

التمرين رقم 11: أوجد حلا أمثلا للبرنامج التالي باستعمال الطريقة البيانية:

$$\text{Min}Z = 10X_1 + 30X_2$$

تحت القيود التالية:

$$3X_1 + 2X_2 \geq 6$$

$$6X_1 + X_2 \geq 6$$

$$X_1 \geq 0 , \quad X_2 \geq 0$$

التمرين رقم 12: تنتج مؤسسة سلعتين A و B : تحتاج الوحدة من السلعة A 2.5 ساعة عمل من

المصنع الأول ، و 3 ساعات عمل من المصنع الثاني ، و 1 ساعة عمل من المصنع الثالث. أما الوحدة من

السلعة B فتحتاج إل 1 ساعة عمل من المصنع الأول ، و 3 ساعات عمل من المصنع الثاني ، و 2 ساعة

عمل من المصنع الثالث. فإذا علمنا أن:

\* ساعات العمل المتاحة في المصانع الثلاثة هي على التوالي: 20 ، 30 ، و 16 ساعة عمل.

\* ربح الوحدة من السلعة الأولى 3 دينار ومن السلعة الثانية 4 دينار.

**المطلوب:** احسب إنتاج السلعتين الذي يحقق أقصى ربح ممكن ضمن ساعات العمل المحدودة (باستخدام طريقة السمبلكس).

**التمرين رقم 13:** أوجد حلاً أمثلاً للبرنامج التالي باستخدام طريقة السمبلكس:

$$\text{Min}Z = 10X_1 + 30X_2$$

تحت القيود التالية:

$$3X_1 + 2X_2 \geq 6$$

$$6X_1 + X_2 \geq 6$$

$$X_1 \geq 0 , \quad X_2 \geq 0$$

**التمرين رقم 14:** ليكن لدينا جدول المدخلات - المخرجات الافتراضي التالي:

الاستخدامات	الصادرات	الإنتاج الإجمالي	الطلب النهائي	الاستهلاك الوسيط			قطاعات الاقتصاد الوطني
				الخدمات	الصناعة	الزراعة	
	10		30	2	18	8	الزراعة
	10		60	15	64	15	الصناعة
	5	41		6	5	5	الخدمات
-	-	-		18			القيمة المضافة
-	-		-		154	58	الإنتاج الإجمالي
-	-	-	-	5	10	10	الاستيراد
	-	-	-				الموارد

## المطلوب:

أ- أكمل الفراغات.

ب- بافتراض أن الطلب النهائي لكل قطاع يزيد حسب النسب التالية: 10% في قطاع الزراعة، 15% في قطاع الصناعة ، 20% في قطاع الخدمات: احسب انتاج كل قطاع.

## حلول التمارين

- التعريف بالمتغيرات:

\*  $X_1$  كمية الإنتاج وبيع  $P_1$  بالوحدات شهريا

\*  $X_2$  كمية الإنتاج وبيع  $P_2$  بالوحدات شهريا

\*  $X_3$  كمية الإنتاج وبيع  $P_3$  بالوحدات شهريا

- تحليل المعلومات الخاصة بالمواد A و B:

\* كتبت المتغيرات بدلالة المواد A و B:

$$(1) \begin{cases} P_1 = 2A + B \\ P_2 = 3A + B \\ P_3 = 3B \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} A = M_1 + 3M_2 \\ B = 3M_1 + M_2 \end{cases}$$

\* نعوض المعادلات رقم (2) في المعادلات رقم (1):

$$P_1 = 2(M_1 + 3M_2) + 3M_1 + M_2$$

$$P_2 = 3(M_1 + 3M_2) + 3M_1 + M_2$$

$$P_3 = 3(3M_1 + M_2)$$

ومنه:

$$P_1 = 5M_1 + 7M_2$$

$$P_2 = 6M_1 + 10M_2$$

$$P_3 = 9M_1 + 3M_2$$

ومنه يمكن استخلاص الجدول التالي الذي يبين العلاقة بين المنتجات النهائية من جهة والمواد الأولية من جهة أخرى وكذا كمية المخزون:

البيانات	$M_1$	$M_2$
$P_1$	5	7
$P_2$	6	10
$P_3$	9	3
كمية المخزون من المواد الأولية	4.000	6.000

وعليه تكون القيود الخاصة بالمواد الأولية على الشكل التالي:

القيود الخاصة بمادة  $M_1$ :  $5x_1 + 6x_2 + 9x_3 \leq 4.000$

القيود الخاصة بمادة  $M_2$ :  $7x_1 + 10x_2 + 3x_3 \leq 6.000$

- تمثل المعلومات الخاصة بالبيانات:

البيانات	الورشة 1	الورشة 2
$P_1$	2	4
$P_2$	5	2
$P_3$	1	3
البيانات	2400	4800

البيانات	الورشة 1	الورشة 2
$P_1$	0/20	0/20
$P_2$	0/50	0/10
$P_3$	0/10	0/15
البيانات	10x8x30 2400	20x8x30 4800

ومنه تكون القيود الخاصة بالورشة كالتالي :

$$2X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 2400 \quad \text{عند الورشة الأولى}$$

$$4X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 4800 \quad \text{عند الورشة الثانية}$$

- القيود الخاصة بالبيع والتوزيع :

$$X_1 \geq 200$$

$$X_2 \geq 100$$

$$X_3 \geq 500$$

- قيد الدخل الكلي = هدف المؤسسة هو تعظيم الربح

$$PT = RT - CT$$

$$Z_{Max} = (500 - 200)X_1 + (700 - 200)X_2 + (800 - 300)X_3$$

$$Z_{Max} = 300X_1 + 500X_2 + 500X_3$$

و عليه تكون البرنامج الخطي كما يلي :

$$Max Z = 300X_1 + 500X_2 + 500X_3$$

$$\begin{cases} 5X_1 + 6X_2 + 9X_3 \leq 4.000 \\ 7X_1 + 10X_2 + 3X_3 \leq 6.000 \\ 2X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 2.400 \\ 4X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 4.800 \\ X_1 \geq 200 \\ X_2 \geq 100 \\ X_3 \geq 500 \\ X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

- 9-  
 - نضع:  $X_1$ : عدد وحدات الغذاء A.  
 -  $X_2$ : عدد وحدات الغذاء B.  
 -  $X_3$ : عدد وحدات الغذاء C.

- التركيبة المثلى أقل تكلفة لا تقنأ الوهباء الغذائية  
 من كما يملأ النموذج التالي:

$$\text{Min } Z = 2X_1 + 3X_2 + 5X_3$$

$$\text{s/c } \begin{cases} 4X_1 + 9X_2 + 11X_3 \geq 20 \\ 50X_1 + 30X_2 + 40X_3 \geq 100 \\ 20X_1 + 30X_2 + 40X_3 \geq 70 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

10- 4 تحويل المتراجحات إلى معادلات:

$$\begin{aligned} 8X_1 + 2X_2 &= 40 & (1) \\ 6X_1 + 9X_2 &= 108 & (2) \\ 8X_1 + 6X_2 &= 96 & (3) \end{aligned}$$

\* نرم الاستحيات  
 = المستقيم 1.

$$X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 20$$

$$X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 5$$

$$X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 12$$

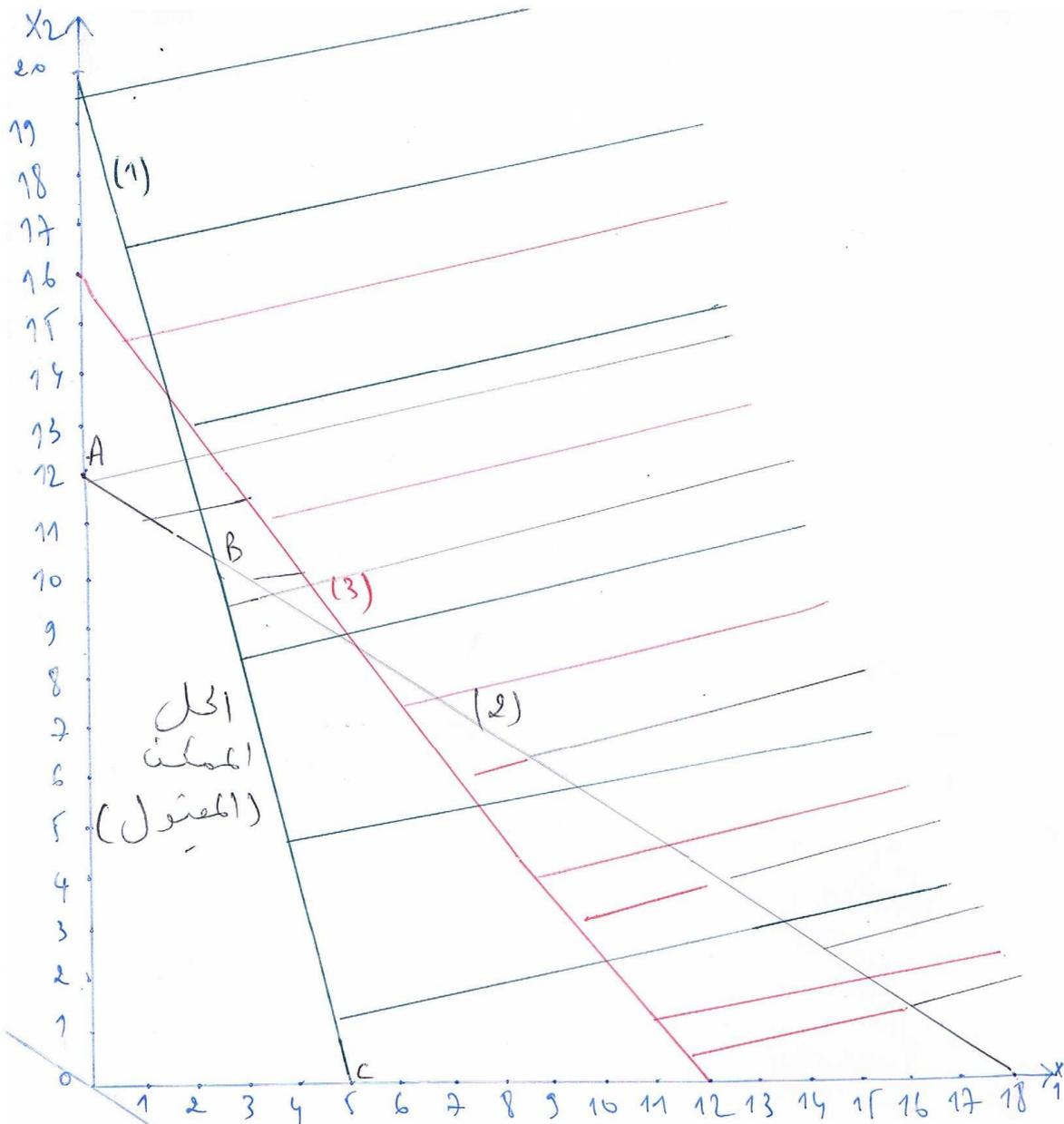
$$X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 18$$

$$X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 16$$

$$X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 12$$

المستقيم 2.

المستقيم 3.



$Z = 0 \Rightarrow 100X_1 + 60X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = -5/3X_1$  \*  
 ولتحدد نقاط التقاط مع المحاورين بدأنا:  
 من حيث أن المسألة خطية لأننا نعلم أنها خطية الموزون  
 ندالة الهدف هي التكلفة B، والتي تمثل تقاطعها للمستقيمتين  
 (1) و (2):

$$8x_1 + 2x_2 = 40 \quad (1)$$

$$6x_1 + 9x_2 = 108 \quad (2)$$

من (1) نجد:

$$x_2 = \frac{40 - 8x_1}{2} \Rightarrow x_2 = 20 - 4x_1 \quad (3)$$

نعوض قيمة  $x_2$  في المعادلة (2) =

$$6x_1 + 9(20 - 4x_1) = 108 \Rightarrow$$

$$6x_1 + 180 - 36x_1 = 108 \Rightarrow$$

$$180 - 108 = 36x_1 - 6x_1 \Rightarrow$$

$$72 = x_1(36 - 6) = 30x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{72}{30} = 2,4$$

نعوض قيمة  $x_1$  في (1) نجد:

$$x_2 = 20 - 4(2,4) \Rightarrow x_2 = 20 - 9,6 = 10,4$$

تمت التحقق من أن هذه النتيجة تحقق جميع الشروط:

$$8 \times 2,4 + 2 \times 10,4 = 40 \Rightarrow \text{تمت تحققها تماما}$$

$$6 \times 2,4 + 9 \times 10,4 = 108 \Rightarrow \text{تمت تحققها تماما}$$

$$8 \times 2,4 + 6 \times 10,4 = 81,6 \Rightarrow \text{تمت تحققها وتتقى بالاقامة}$$

غير مستعملة و قدرها 14,4 .

المعرفة القيمة العظمى للدالة  $Z$  اقتصادياً، فهو من قيمتي  $x_1$  و  $x_2$  مع مائة ادالة =

$$Z = 100x_1 + 60x_2 = 100 \times 2,4 + 60 \times 10,4 = 864$$

حول المترابعات الى معادلات:

$$3x_1 + 2x_2 = 6 \quad (1)$$

$$6x_1 + x_2 = 6 \quad (2)$$

$$x_2 = 2 \quad (3)$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 6$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$$

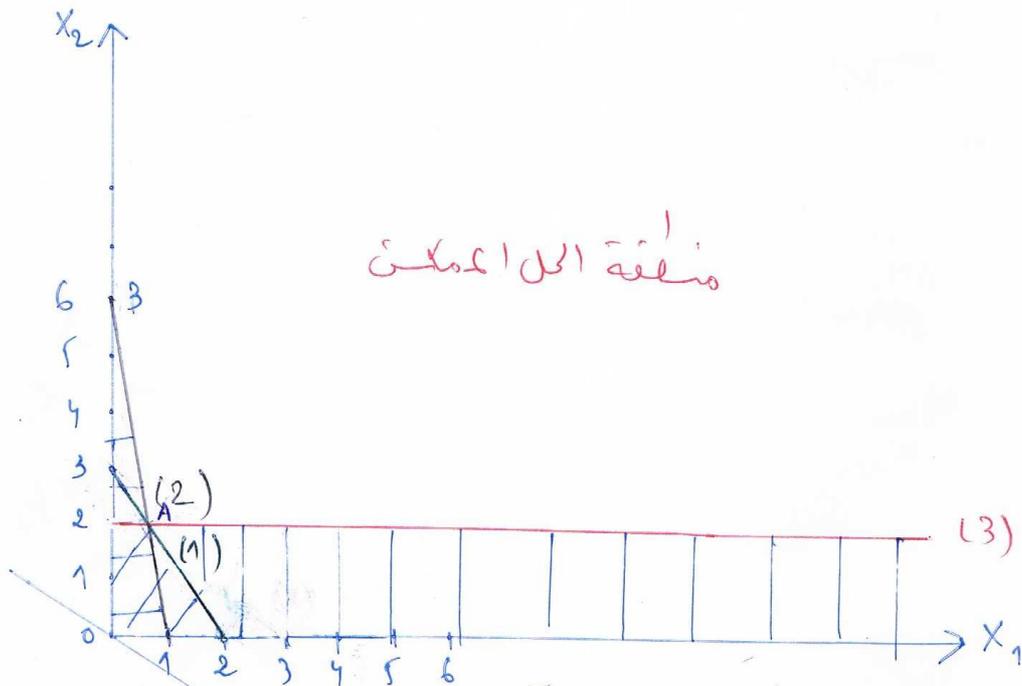
$$x_2 = 2$$

نرم المستقيمت :

المستقيم 1  $\Rightarrow$

المستقيم 2  $\Rightarrow$

المستقيم 3  $\Rightarrow$



منطقة الحل الممكنة

نستعمل المنطق الاتي لفحص الشروط هو هي نوعها والاسيا،  
المستقيم.

من الشكل نلاحظ ان الحل هو عند الرأسيه اما A او B.

$$Z = 0 \Rightarrow 10x_1 + 30x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -1/3x_1$$

ولتحدد تقاطع التقاطع مع المحورين نأخذ  $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 6$  ونأخذ  $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$  ونصل بينهما بخط مستقيم. نلاحظ أن الحل الأمثل هو  $A$ ، والتي تمثل نقطة تقاطع المستقيم (1) مع المستقيم (2) والمستقيم (3):

$$6x_1 + x_2 = 6$$

$$x_2 = 2$$

نعوض قيمة  $x_2$  في المعادلة الأولى ونأخذ:

$$6x_1 + 2 = 6 \Rightarrow 6x_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

قيمة المتغيرين اللذين تحققان أدنى قيمة للدالة هي  $x_1 = \frac{2}{3}$  ،  $x_2 = 2$

$$Z = 10x_1 + 30x_2 = 10\left(\frac{2}{3}\right) + 30(2) \Rightarrow$$

$$Z = \frac{20}{3} + 60 = \frac{200}{3} = 66,67$$

$$\text{Max } Z = 3x + 4y$$

-12

$$\text{s.t. } \begin{cases} 2,1x + y \leq 20 \\ 3x + 3y \leq 30 \\ x + 2y \leq 16 \end{cases}$$

\* نأخذ متغيرات الفرق غير السالبة لتحويل المتراجحات إلى معادلات:

$$2,1x + y + a_1 = 20$$

$$3x + 3y + a_2 = 30$$

$$x + 2y + a_3 = 16$$

\* الحل الأمثل هو  $x = 0$  ،  $y = 0$  ،  $z = 0$

\* القيمة المورد فيه للموضوع :  
 $Max Z = 3x + 4y + 0x_1^e + 0x_2^e + 0x_3^e$

1/c) 
$$\begin{cases} 2,5x + y + x_1^e = 20 \\ 3x + 3y + x_2^e = 30 \\ x + 2y + x_3^e = 16 \end{cases}$$

\* تكتب المسألة على شكل جدول التماثل :

	x	y	$x_1^e$	$x_2^e$	$x_3^e$	التوابت	النسبة
$x_1^e$	2,5	1	1	0	0	20	$20/1 = 20$
$x_2^e$	3	3	0	1	0	30	$30/3 = 10$
$x_3^e$	1	2	0	0	1	16	$16/2 = 8$
Z	3	4	0	0	0	0	

\* المتغيرة التي تدخل الأمان من المقابلة لا تترك قيمة في الحل الأمثل الاقتصادي  
 = المتغيرة التي تدخل هي  $y$  (المقابلة للقيمة 4) = محور عنصر الارتكاز هو المورد الثاني .

\* المتغيرة التي تخرج من الأمان من المقابلة لا تترك نسبة موجبة من حيث النسب المتحصل عليها عند تقسيم كمود التوابت على كمود عنصر الارتكاز وهي  $8 =$  وعليه فالمتغيرة التي تخرج من الأمان هي  $x_3^e$  .

\* عنصر الارتكاز هو نقطة التقاء بعينه الحل وهو كمود الارتكاز = القيمة 2 .  
 \* تقسم الحل عنصر الارتكاز على عنصر الارتكاز .

\* كمود عنصر الارتكاز يصبح كمود الحد الأدنى .  
 \* بقية كمود عنصر الأمان تبقى الأمان .  
 \* بقية عناصر الجدول تجد ديات تصادم العلاقة السالبة : العنصر الجديد = ع.ع =  $\frac{\text{جدول الأمان}}{\text{عنصر الارتكاز}}$

	x	y	$x_1^e$	$x_2^e$	$x_3^e$	التوابت	النسبة
$x_1^e$	2	0	1	0	-1/2	12	$12/2 = 6$
$x_2^e$	3/2	0	0	1	-3/2	6	$6/3/2 = 4$
y	1/2	1	0	0	1/2	8	$8/1/2 = 16$
Z	1	0	0	0	-2	-32	

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{2} - 0 = (5, 1) \cdot$        $2 = \frac{1 \times 1}{2} - 2,5 = (1, 1) \cdot$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 1}{2} - 3 = (1, 2) \cdot$$

$$12 = \frac{1 \times 16}{2} - 20 = (6, 1) \cdot$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 1}{2} - 0 = (5, 2) \cdot$$

$$6 = \frac{3 \times 16}{2} - 30 = (6, 2) \cdot$$

$$0 = \frac{4 \times 0}{2} - 0 = (3, 4) \cdot$$

$$1 = \frac{4 \times 1}{2} - 3 = (1, 4) \cdot$$

$$2 = \frac{4 \times 1}{2} - 0 = (5, 4) \cdot$$

$$0 = \frac{4 \times 0}{2} - 0 = (4, 4) \cdot$$

$$32 = \frac{4 \times 16}{2} - 0 = (6, 4) \cdot$$

\* معاملات التتابع الهد في ليست بالباله  $\Rightarrow$  الحل غير أمثل  $\Rightarrow$  نجد نفس الخطوات السابقة لنحصل في السابق على الجدول التالي:

	x	y	$x_1^e$	$x_2^e$	$x_3^e$	التراتب
$x_1^e$	0	0	1	-4/3	3/2	4
x	1	0	0	2/3	-1	4
y	0	1	0	-1/3	1	6
Z	0	0	0	-2/3	-1	-36

\* كل معاملات اعداد الاقتصادية أصبحت سالبة، وبالتالي، هذا الجدول موجود الحل الأمثل.

$$Z = 3x + 4y = 3 \times 4 + 4 \times 6 = 12 + 24 = 36$$

\* النتائج المحصل عليها:  $x_1^e = 4$ ,  $x = 4$ ,  $y = 6$

حد غير محقق تماماً:  $2x + y \leq 20 \Rightarrow 2 \times 4 + 6 = 16$  وبتتبعها في غير مستقلة قدرها 4 وهي قيمة متغيرة الفترة المكافئة  $x_1^e = 4$

حد محقق تماماً:  $3x + 3y \leq 30 \Rightarrow 3 \times 4 + 3 \times 6 = 30$

حد محقق تماماً:  $x + 2y \leq 16 \Rightarrow 4 + 2 \times 6 = 16$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3^e + x_4^a = 6$$

$$6x_1 + x_2 - x_3^e + x_4^a = 6 \quad -11$$

\* أي د القيمة المتوسطة:

$$X_2 - X_7^e + X_8^a = 2$$

• إذا كان  $M < 0$  ،  $M > 0$  ،  $M = 0$

$$\text{Min } Z = 10X_1 + 30X_2 + 0X_3^e + MX_4^a + 0X_5^e + MX_6^a + 0X_7^e + MX_8^a$$

(أو)

$$\text{Min } Z = 10X_1 + 30X_2 + MX_4^a + MX_6^a + MX_8^a$$

• استخرج قيمة المتغيرات  $X_4^a$  ،  $X_6^a$  ،  $X_8^a$  من تساوي المتغيرات:

$$X_4^a = 6 - 3X_1 - 2X_2 + X_3^e$$

$$X_6^a = 6 - 6X_1 - X_2 + X_5^e$$

$$X_8^a = 2 - X_2 + X_7^e$$

• نقول في المتغيرات  $X_4^a$  ،  $X_6^a$  ،  $X_8^a$  في دالة الهدف:

$$\text{Min } Z = 10X_1 + 30X_2 + M(6 - 3X_1 - 2X_2 + X_3^e)$$

$$+ M(6 - 6X_1 - X_2 + X_5^e) + M(2 - X_2 + X_7^e) \Rightarrow$$

$$\text{Min } Z = (10 - 9M)X_1 + (30 - 4M)X_2 + MX_3^e + MX_5^e + MX_7^e + 14M$$

$$(\Rightarrow Z = 0 \quad \star)$$

$$(10 - 9M)X_1 + (30 - 4M)X_2 + MX_3^e + MX_5^e + MX_7^e = -14M$$

• جدول الجدول التالي  $M < 0$  ،  $M > 0$  ،  $M = 0$

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	$x_7^e$	$x_8^a$	النواتج
$x_4^a$	3	2	-1	1	0	0	0	0	6
$x_6^a$	6	1	0	0	-1	1	0	0	6
$x_8^a$	0	1	0	0	0	0	-1	1	2
Z	$10-9M$	$30-4M$	M	0	M	0	M	0	-14M

\* أصغر معامل موجب في الدالة هو  $10-9M$  =

$x_1$  يدخل الأساس، عمود الارتكاز هو العمود الأول.  
 أما المنقرة التي تخرج من المقابلة لا هي نسبة موجبة  
 ناتجة عن تقسيم عمود الوأية على عمود الارتكاز وهي  
 في السطر الثاني: " $x_6^a$ " = عنصر الارتكاز هو القيمة 6

\* نخرج التصويبات كما جرت في حالة التعظيم فتصل على الجدول التالي:

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	$x_7^e$	$x_8^a$	الناتج
$x_4^a$	0	$3/2$	-1	1	$1/2$	/	0	0	3
$x_1$	1	$1/6$	0	0	$-1/6$	/	0	0	1
$x_8^a$	0	1	0	0	0	/	-1	1	2
Z	0	$\frac{170-15M}{6}$	M	0	$\frac{10-3M}{6}$	/	M	0	$-5M-10$

\* معاملات الدالة لا تتعدى ذلك ليست كلها موجبة أو معدومة

= الحل غير أمثل  
 في نفس الخطوات السابقة، لنحصل بعد إجراء

التحويل على الجدول التالي:

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	$x_7^e$	$x_8^a$	القيمة
$x_2$	0	1	-2/3	/	1/3	/	0	0	2
$x_1$	1	0	1/9	/	-2/9	/	0	0	2β
$x_8^a$	0	0	2/3	/	-1/3	/	-1	1	0
z	0	0	$\frac{-6M+17c}{9}$	/	$\frac{3M-7c}{9}$	/	M	0	$\frac{-200}{3}$

- $x_2$  هي المتغيرة التي تدخل الأمان، أما المتغيرة التي تخرج من الأمان فهي إما  $x_4^a$  أو  $x_8^a$  لأن كلاهما مقابل لأقل نسبة بين عمود الثوابت وعمود عنصر الارتكاز، ومن هنا نجد واردة لا على التفسير ولكن  $x_4^a$ .
- معاملات الدالة الاقتصادية ليست كلها موجبة أو معدومة.
- الحل غير أمثل.
- عند نفس الخطوات السابقة، علينا أن المتغيرة التي تدخل الأمان هي  $x_3^e$  والتي تخرج هي  $x_8^a$ ، لنحصل
- بعد إجراء التحويل اللازمة على الجدول التالي:

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	$x_7^e$	$x_8^a$	الثوابت
$x_2$	0	1	0	/	0	/	-1	/	2
$x_1$	1	0	0	/	-1/6	/	1/6	/	2/3
$x_3^e$	0	0	1	/	-1/2	/	-3/2	/	0
$Z$	0	0	0	/	5/3	/	85/3	/	-200/3

\* بما أن كل عناصر السطر الأخير أصبحت غير سالبة، فنكون نزيد  
قد حصلنا على جدول الحل الأمثل، وتكون قيم المتغيرات التي تقف  
أدنى قيمة للدالة الاقتصادية هي:

$$x_1 = 2/3, \quad x_2 = 2$$

أما قيمة الدالة الاقتصادية فتساوي:

$$Z = |-200/3| = 200/3$$

$$x_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} + v_j \Rightarrow x_j - \sum x_{ij} = v_j \quad -P \quad -14$$

$$x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i \Rightarrow x_i - \sum x_{ij} = y_i$$

\* حساب مصفوفة المعاملات القوية A:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$$

$$A = \begin{bmatrix} 8/58 & 18/154 & 2/41 \\ 15/58 & 64/154 & 15/41 \\ 5/58 & 5/154 & 6/41 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,14 & 0,12 & 0,05 \\ 0,26 & 0,42 & 0,37 \\ 0,09 & 0,03 & 0,15 \end{bmatrix}$$

∴  $[I - A] \leftarrow \text{خط}$  \*

$$[I - A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,14 & 0,12 & 0,05 \\ 0,26 & 0,42 & 0,37 \\ 0,09 & 0,03 & 0,15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,86 & -0,12 & -0,05 \\ -0,26 & 0,58 & -0,37 \\ -0,09 & -0,03 & 0,85 \end{bmatrix}$$

∴  $|I - A|$  كسب \*

$$\begin{vmatrix} 0,86 & -0,12 & -0,05 & | & 0,86 & -0,12 \\ -0,26 & 0,58 & -0,37 & | & -0,26 & 0,58 \\ -0,09 & -0,03 & 0,85 & | & -0,09 & 0,03 \end{vmatrix} =$$

$$(0,42398 - 0,003996 - 0,00039) - (0,02652 + 0,009546 + 0,00261)$$

$$|I - A| = 0,42 - 0,04 = 0,38$$

∴ حساب مصفوفة المرافقات باستخدام طريقة الجبرية:

$$C(I - A) = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 0,58 & -0,37 \\ -0,03 & 0,85 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -0,26 & -0,37 \\ -0,09 & 0,85 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -0,26 & 0,58 \\ -0,09 & -0,03 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} -0,12 & -0,05 \\ -0,03 & 0,85 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0,86 & -0,05 \\ -0,09 & 0,85 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0,86 & -0,12 \\ -0,09 & -0,03 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} -0,12 & -0,05 \\ 0,58 & -0,37 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0,86 & -0,05 \\ -0,26 & -0,37 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0,86 & -0,12 \\ -0,26 & 0,58 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$C(I-A) = \begin{bmatrix} 0,48 & 0,25 & 0,06 \\ 0,10 & 0,73 & 0,04 \\ 0,07 & 0,33 & 0,47 \end{bmatrix} \quad \text{: } \text{adj}(I-A) \rightarrow \text{نفسه} \quad \#$$

$$C' = \text{adj}(I-A) = \begin{bmatrix} 0,48 & 0,10 & 0,07 \\ 0,25 & 0,73 & 0,33 \\ 0,06 & 0,04 & 0,47 \end{bmatrix} \quad \text{: } [I-A]^{-1} \text{ حساب} \quad \#$$

$$[I-A]^{-1} = \frac{1}{|I-A|} \text{adj}[I-A]$$

$$[I-A]^{-1} = \frac{1}{938} \begin{bmatrix} 0,48 & 0,10 & 0,07 \\ 0,25 & 0,73 & 0,33 \\ 0,06 & 0,04 & 0,47 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,26 & 0,26 & 0,18 \\ 0,66 & 1,92 & 0,87 \\ 0,16 & 0,11 & 1,24 \end{bmatrix} \quad \text{: عند ضرب الـ 100} \quad \#$$

$$X_A \Rightarrow 30 + (30 \times 10\%) = 33$$

$$X_B \Rightarrow 60 + (60 \times 15\%) = 69$$

$$X_C \Rightarrow 25 + (25 \times 20\%) = 30$$

$$\begin{bmatrix} X_A \\ X_B \\ X_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,26 & 0,26 & 0,18 \\ 0,66 & 1,92 & 0,87 \\ 0,16 & 0,11 & 1,24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 33 \\ 69 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 65 \\ 180 \\ 50 \end{bmatrix}$$

$$X = [I-A]^{-1} Y$$

الاستخدامات	الصادرات	الإنتاج الإجمالي	الطلب النهائي	الاستهلاك الوسيط			قطاعات الاقتصاد الوطني
				الخدمات	الصناعة	الزراعة	
68	10	58	30	2	18	8	الزراعة
164	10	154	60	15	64	15	الصناعة
46	5	41	25	6	5	5	الخدمات
-	-	-	115	18	67	30	القيمة المضافة
-	-	253	-	41	154	58	الإنتاج الإجمالي
-	-	-	-	5	10	10	الاستيراد
278	-	-	-	46	164	68	الموارد















